Задание 3 “Графы 3”

Дедлайн 30 апреля 2018 г.

Ссылка на контест: <https://contest.yandex.ru/contest/7947/enter/>

Ведомость: <https://drive.google.com/open?id=1MdLZz4PrPxBJUzY8pkqUCGSLVoTdz7AB7ChwrjJyBaU>

## Задача 1. «Минимальное остовное дерево» (5 баллов)

**Задача 1** в контесте.

Дан неориентированный связный граф. Требуется найти вес минимального остовного дерева в этом графе.

Вариант 1. С помощью алгоритма Прима.

Вариант 2. С помощью алгоритма Крускала.

Вариант 3. С помощью алгоритма Борувки.

Ваш номер варианта прописан в ведомости.

**Формат входного файла.**

Первая строка содержит два натуральных числа 𝑛 и 𝑚 — количество вершин и ребер графа соответственно (1 ≤ *n* ≤ 20000, 0 ≤ *m* ≤ 100000).

Следующие 𝑚 строк содержат описание ребер по одному на строке.

Ребро номер 𝑖 описывается тремя натуральными числами 𝑏𝑖, 𝑒𝑖 и 𝑤𝑖 — номера концов ребра и его вес соответственно (1 ≤ 𝑏𝑖, 𝑒𝑖 ≤ 𝑛, 0 ≤ 𝑤𝑖 ≤ 100000).

**Формат выходного файла.**

Выведите единственное целое число - вес минимального остовного дерева.

|  |  |
| --- | --- |
| in | out |
| 4 4  1 2 1  2 3 2  3 4 5  4 1 4 | 7 |

## Задача 2а). Приближенное решение метрической неориентированной задачи коммивояжера. (4 балла)

Задачи в контесте нет.

Найдите приближенное решение метрической неориентированной задачи коммивояжера в полном графе (на плоскости) с помощью минимального остовного дерева, построенного в первой задаче.

Оцените качество приближения на случайном наборе точек, нормально распределенном на плоскости с дисперсией 1. Нормально распределенный набор точек получайте с помощью преобразования Бокса-Мюллера.

При фиксированном N, количестве вершин графа, несколько раз запустите оценку качества приближения. Вычислите среднее значение и среднеквадратичное отклонение качества приближения для данного N.

Запустите данный эксперимент для всех N в некотором диапазоне, например, [2, 10].

Автоматизируйте запуск экспериментов.

В решении требуется разумно разделить код на файлы. Каждому классу - свой заголовочный файл и файл с реализацией.

## Задача 2б). Приближенное решение задачи коммивояжера. (3 балла)

Задачи в контесте нет.

То же, что и задача 2а), но сделать приближение не хуже, чем в 1,5 раза от идеального.

Предлагается использовать лучшее паросочетание на подграфе из нечетных вершин минимального остовного дерева.

<http://chekuri.cs.illinois.edu/teaching/fall2006/lect2.pdf>

## Задача 3. Максимальный поток в неориентированном графе. (4 балла)

**Задача в контесте - 3.**

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером 𝑛.

**Формат входного файла.**

Первая строка входного файла содержит 𝑛 и 𝑚 — количество вершин и количество ребер графа (2 ≤ 𝑛 ≤ 100, 1 ≤ 𝑚 ≤ 1000). Следующие 𝑚 строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят 105.

**Формат выходного файла.**

В выходной файл выведите одно число — величину максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером *n*.

|  |  |
| --- | --- |
| in | out |
| 4 5  1 2 1  1 3 2  3 2 1  2 4 2  3 4 1 | 3 |

## Задача 4. Расстояние Хэмминга. (4 балла)

**Задача в контесте - C.**

Расстояние Хэмминга между двумя строками равной длины — это количество индексов, в которых символы этих строк не равны.

Определим расстояние от шаблона p до строки s как суммарное расстояние Хэмминга от p до всех подстрок s, имеющих длину |p|. В строке и в шаблоне некоторые символы стёрты. Нужно восстановить стёртые символы так, чтобы расстояние от p до s было минимально возможным.

**Формат входного файла.**

В первой строке дана строка s, во второй — шаблон p. Обе строки не пусты, имеют длину не более 1000 и состоят из символов `0', `1' и `?'. `?' обозначает стёртые символы, которые нужно восстановить. Длина строки p не превосходит длины строки s.

**Формат выходного файла.**

В первой строке выведите минимальное расстояние от p до s после восстановления всех стёртых символов. Во второй и третьей строках соответственно выведите s и p, в которых символы `?' заменены на `0' и `1'.

|  |  |
| --- | --- |
| in | out |
| 00?  1? | 2  000  10 |